

TTT4260 Elektronisk sysdemdesign og -analyse I

Øving 9

2019

Løsningsforslag

Oppgave 1

a) Induktansen til en spole med $N = 10$ viklinger og radius $r = 5$ cm viklet med tråd som har diameter 0.5 mm er gitt ved

$$L = N^2 r \mu_0 \left[\ln \left(\frac{8r}{a} \right) - 2 \right]$$

der der $\mu_0 = 1.25663706 \times 10^{-6} \text{ m kg s}^{-2} \text{ A}^{-2}$ er den permeabiliteten i fritt rom, som gir $L = 33.8 \mu\text{H}$.

Oppgave 2

a)

Prikk-konvensjonen gir følgende likningsett for spenningene $v_1(t)$ og $v_2(t)$ over spolene

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt} \quad (1)$$

$$v_2(t) = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}. \quad (2)$$

Uttrykker spenningene og strømmene ved de komplekse amplitudene. For likning (1) får vi

$$\begin{aligned} V_1 e^{j\omega t} &= L_1 \frac{d}{dt} (I_1 e^{j\omega t}) + M \frac{d}{dt} (I_2 e^{j\omega t}) \\ &= j\omega L_1 I_1 e^{j\omega t} + j\omega M I_2 e^{j\omega t} \end{aligned}$$

som forkortes til

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2. \quad (3)$$

Av likning (2) får vi

$$\begin{aligned} V_2 e^{j\omega t} &= L_2 \frac{d}{dt} (I_2 e^{j\omega t}) + M \frac{d}{dt} (I_1 e^{j\omega t}) \\ &= j\omega L_2 I_2 e^{j\omega t} + j\omega M I_1 e^{j\omega t} \end{aligned}$$

som forkortes til

$$V_2 = j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1. \quad (4)$$

b)

Ved Kirchhoffs spenningslov får vi

$$z_1 I_1 + V_1 = V \quad (5)$$

og

$$z_2 I_2 + V_2 = 0 \quad (6)$$

Setter vi (3) inn i (5) og (4) inn i (6), får vi

$$z_1 I_1 + j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 = V \quad (7)$$

$$j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 + z_2 I_2 = 0 \quad (8)$$

c) Ligningssystemet (7-8) løses med hensyn på V_2 som gir

$$V_2 = V \frac{j\omega M z_2}{z_1 z_2 + j\omega(z_1 L_2 + z_2 L_1) + (M^2 - L_1 L_2)\omega^2},$$

som til slutt gir

$$H(\omega) = \frac{V_2}{V} = \frac{j\omega M z_2}{z_1 z_2 + j\omega(z_1 L_2 + z_2 L_1) + (M^2 - L_1 L_2)\omega^2}. \quad (9)$$

d) Vi bruker $M = k\sqrt{L_1 L_2}$, som med $L_1 = L_2 = L$ gir $M = kL$. Videre, med $z_1 = z_2 = R$ innsatt i (9), får vi

$$H(\omega) = \frac{j\omega kLR}{R^2 + j\omega(RL + RL) + (k^2 L^2 - L^2)\omega^2}. \quad (10)$$

Vi ordner, og får

$$H(\omega) = k \frac{j\omega}{\frac{R}{L} + j\omega + \frac{L}{R}(k^2 - 1)\omega^2}. \quad (11)$$

Ved til slutt å definere $\omega' = R/L$, får vi

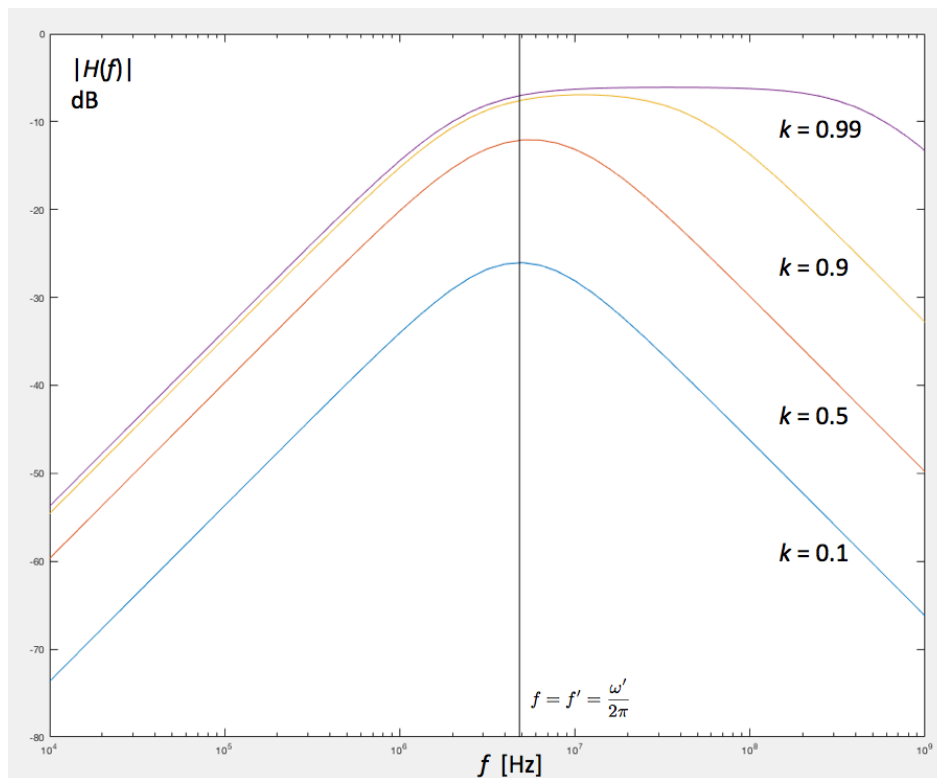
$$H(\omega) = k \frac{j\omega}{\omega' + 2j\omega - (1 - k^2)\frac{\omega^2}{\omega'}} \quad (12)$$

e) Amplituderresponsen blir gitt ved

$$|H(\omega)| = k \frac{|j\omega|}{\left| \omega' + 2j\omega - (1 - k^2) \frac{\omega^2}{\omega'} \right|} \quad (13)$$

$$= k \frac{\omega}{\sqrt{\omega'^2 + 2(1 + k^2)\omega^2 + (1 - k^2) \frac{\omega^4}{\omega'^2}}} \text{ for } \omega \geq 0. \quad (14)$$

f) Med $R = 1 \text{ k}\Omega$ og $L = 33.8 \text{ mH}$ blir $\omega' = R/L = 30.3 \text{ MHz}$. Amplituderresponsen for ulike verdier av k er vist i figur 1



Figur 1: Amplitudersepons for system med forskjellige koblingsfaktorer k .

Av figuren ser vi tydelig at systemet virker som et båndpassfilter. Dette kan vi overbevise oss om ved å la se på grensene $\omega = 0$ og $\omega \rightarrow \infty$. Vi kan også innse det ved å tenke på hva som fysisk skjer med strømmene i_1 og i_2 i kretsen ved disse yttrepunktene.

Koplingsfaktoren k inngår blant annet som en proporsjonalitetskonstant i formelen. Det er heller ikke urimelig. Når $k \rightarrow 0$ forsvinner den fysiske påvirkningen mellom de to spolene, og signalet som blir overført går mot null.

La oss ta en nærmere titt på tilfellet hvor $k \ll 1$. Da kan vi forenkle uttrykket for amplitu-

deresponsen (13) til

$$|H(\omega)| = k \frac{\omega}{\sqrt{\omega'^2 + 2\omega^2 + \frac{\omega^4}{\omega'^2}}} \quad (15)$$

$$= k \frac{\omega}{\omega' + \frac{\omega^2}{\omega'}} \quad (16)$$

$$= k \frac{1}{\frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'}}, \quad (17)$$

hvor vi benyttet første kvadratsetning mellom (15) og (16). Ved å derivere nevneren i (17) finner vi at $|H(\omega)|$ nå har et maksimum for $\omega = \omega' = R/L$, som vi ser stemmer bra for de lavere verdiene av k i figur 1.

g) På dette punktet vil resultatene variere fra student til student. Sammenlign med teoretiske resultater og diskuter avvik med andre.