NTNU

elsys ELEKTRONISK SYSTEMDESIGN & INNOVASJON

TTT4260 – Elektronisk systemdesign og -analyse I

Øving 9 2019

Innleveringsfrist mandag 8/4. klokka 08.00

Innledning

For å kunne behandle elektrisitet og magnetisme presist, trengs en teori for elektriske og magnetiske felt. Elektriske *kretser* med motstander, kondensatorer, spoler og andre kretselement behandler vi vanligvis utifra modeller hvor kretselementene er forbundne med ideelle ledere, og hvor vi har en gitt matematisk modell for sammenhengen mellom strøm gjennom og spenning over hvert enkelt kretselement. Slike modeller gjør at vi kan utføre resonementer og bereginger *uten å ta hensyn til de elektriske og magnetiske feltene som er involvert.*

Denne *kretsabstraksjonen* forenkle arbeidet med elektrisitet vesentlig. Men for å forstå mer kompliserte situasjoner, for eksempel den detaljerte virkemåten til en antenne, må en teori for elektriske og magnetiske felt på plass. Denne teorien er tema for emnet TFE4120 Elektromagnetisme som er på timeplanen våren 2. årskurs for Elsys.

Induktans er et elektromagnetisk fenomen. I fysikkpensum for videregående skole blir det fortalt at når det går strøm gjennom en leder, omgir lederen seg med et magnetisk felt. Videre blir det fortalt at når magnetfeltet gjennom en lukket sløyfe endrer seg, vil det bli generert en strøm i sløyfen. En konsekvens av dette er, som det vil bli nærmere forklart i TFE4120, at en elektriks leder har en innebygd "motstand" mot endringer av strømmen gjennom lederen. Det er denne "motstanden" som ligger til grunn for ligningne

$$v(t) = L\frac{di}{dt}$$

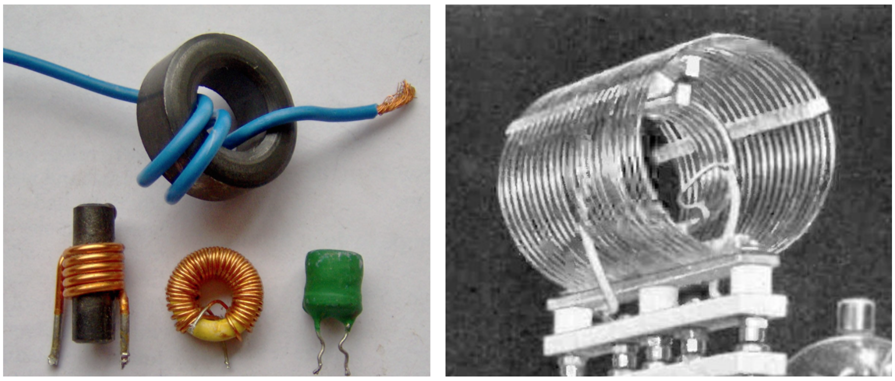
der v er spenningen over lederen og i størmmen gjennom lederen. L er lederens *induktans* som forteller noe om hvor stor motstanden mot endring er.

De ideelle lederne i en elektrisk krets har både induktans $L = 0$ og resistans $R = 0$. Fysiske ledere har både en induktans og en resistans. Vi vil i det følgende se bort fra resistansen.

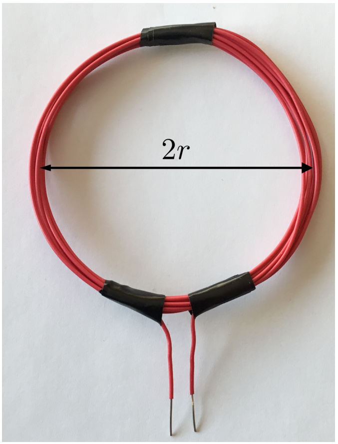
Det er viktig å merke seg at induktansen til en leder avhenger både av lederens geometri og av magnetiske egenskaper til materialer i nærheten av lederen. Dersom vi utformer lederens geometri for å oppnå en bestemt ønsket induktans, har vi det vi kaller en *spole*. Eksempler på spoler med ulike geometrier er vist i figur 1.

Det fins mange standardgeometrier for å utforme en spole, og for disse geometriene fins matematiske modeller med formler som lar oss regne ut den resulterende induktansen L.

Vi skal her se på en veldig enkel spoletype som kan brukes når vi ikke har altfor stor krav til nøyaktiget. Vi vikler simelthen en leder opp i en "rull" som vist i figur 2.



Figur 1: Eksempel på spoler. [1]



Figur 2: Spole formet som en “rull” med radius r.

Induktansen til en slik rull med radius r og N viklinger kan estimeres grovt ved formelen

$$L = N^2 r \mu_0 \left[\ln\left(\frac{8r}{a}\right) - 2 \right] \tag{1}$$

der $\mu_0 = 1.25663706 \times 10^{-6}$m kg s^{-2}A^{-2} er den såkalte permeabiliteten i fritt rom, mens a er radius på selve trådtverrsnittet.

Oppgave 1 (x poeng)

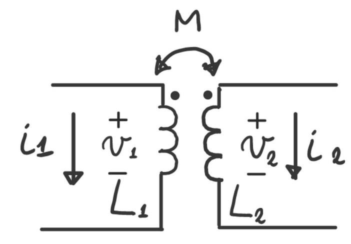
Lag en spole av type “rull” medca 10 viklinger med ledningstråd med diameter ca 0.5 mm. La diameteren på rullen være ca 10 cm. Det kan være greitt å bruke en brusflaske eller lignende å rulle spolen opp på og å samle tråden med tape-biter som vist i figur 2.

a) Beregn ca hvor stor induktans spolen får og sjekk med multimeter. (Det skal finnes et par multimeter som kan måle induktans i Koopen.) Merk at formelen (1) er meget grov, og avvik på 20-30% kan påregnes.

Ta vare på spolen; du får bruk for den senere.

Oppgave 2 (x poeng)

To induktanser, L_1 og L_2 er koblet som vist i Figur 3



Figur 3: To koblede induktanser.

Dersom alle strømmer og spenninger er sinusformede med samme vinkelfrekvens ω kan vi uttrykke disse med visere (komplekse amplituder):

$$\begin{array}{rclrcl} i_1(t) & = & I_1 e^{j\omega t}; & i_2(t) & = & I_2 e^{j\omega t} \\ v_1(t) & = & V_1 e^{j\omega t}; & v_2(t) & = & V_2 e^{j\omega t} \end{array} \tag{2}$$

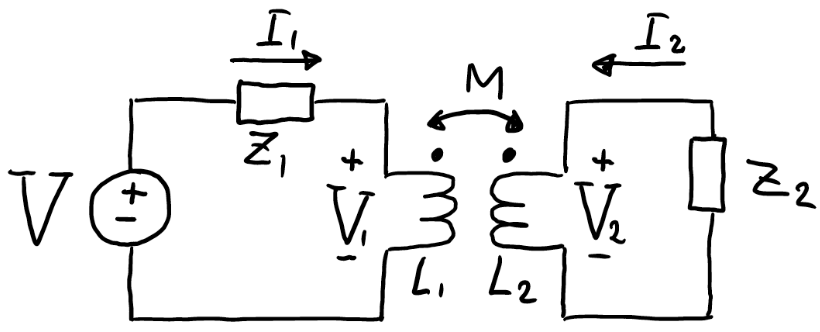
a) Vis at relasjonen mellom strømmer og spenninger kan uttrykkes ved

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \tag{3}$$

og

$$V_2 = j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1. \tag{4}$$

Vi tenker oss nå at det to induktansene er koblet til en sinusformet kilde med vinkelfrekvens ω, kompleks amplitude V og utgangsimpedans z_1 og en last med impedans z_2 som vist i figur 4.



Figur 4: System koblet til kilde og last.

b) Vis at relasjonene mellom strømmer og spenninger er gitt ved

$$
\begin{aligned}
z_1 I_1 + j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 &= V && (5)\\
j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 + z_2 I_2 &= 0 && (6)
\end{aligned}
$$

c) Vis at frekvensresponsen til sytemet er gitt ved

$$H(\omega) = \frac{V_2}{V} = \frac{j\omega M z_2}{z_1 z_2 + j\omega(z_1 L_2 + z_2 L_1) + (M^2 - L_1 L_2)\omega^2}. \tag{7}$$

Vi ser videre på situasjonen hvor $L_1 = L_2 = L$ og $z_1 = z_2 = R$ der R er en (reell) motstand.

d) Vis at frekvensresponsen nå kan skrives som

$$H(\omega) = k \frac{j\omega}{\omega' + 2j\omega - (1 - k^2)\frac{\omega^2}{\omega'}} \tag{8}$$

der vi har definert $\omega' = R/L$.

e) Finn et utrykk for amplitueresponsen til systemet.

f) Sett verdien av L til den du målte for spolen du viklet i oppgave 1, og sett $R = 1$ kohm. Plott amplituderesponsen i dB til systemet for forskjellige verdier av koblingsfaktoren, for eksempel $k \in \{0.1, 0.5, 0.9, 0.99\}$. Bruk logaritmisk skala på frekvensaksen slik at du får et Bode-plott.

Beskriv i ord hvordan koblingsfaktoren påvirker systemets oppførsel.

g) Lag en ny spole mest mulig identisk med den første du laget. Kobl opp systemet med verdier som gitt i oppgave 2 g), og mål systemets Bode-diagram ved forskjellige plasseringer av spolene i forhold til hverandre. Sammenlign med det teoretiske resultatet fra opgav 2 f)