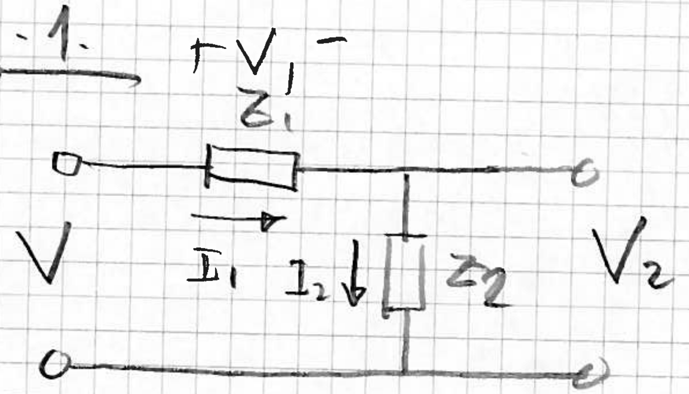
# TTT 4260 Elektronisk systemdesign og -analyse I

## Analyseøving 5

## Løsningsforslag

### Oppg. 1.




$I, I_1, I_2, V, V_1$ og $V_2$ betegner alle komplekse amplituder (visere).

Da gir KCL: $I_1 = I_2 = I$. (1)

KVL: $V = V_1 + V_2$ (2)

Def. av Impedans: $V_1 = I Z_1$ (3)

$V_2 = I Z_2$ (4)

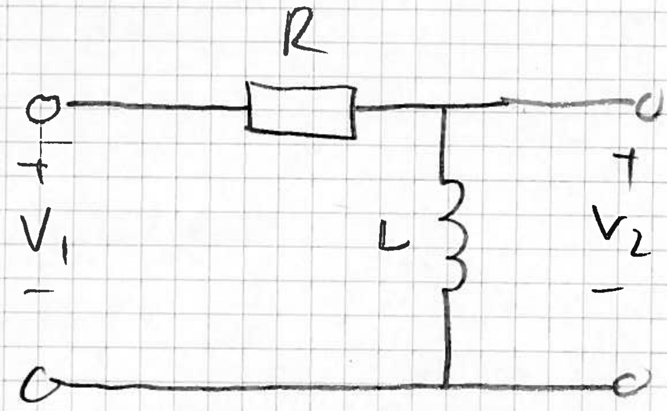
(2-4): $V = I(Z_1 + Z_2)$

(4): $V = \frac{V_2}{Z_2}(Z_1 + Z_2) \Rightarrow \underline{V_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot V}$

②

Oppg. 2

I)



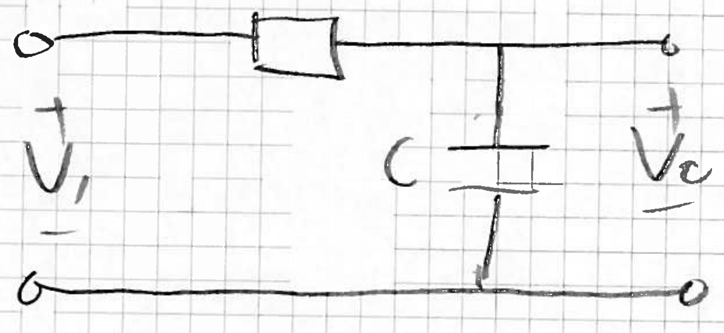

II:

Spenningsdeling:

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = V_1 \frac{j\omega L/R}{1 + j\omega L/R}$$

$$H = \frac{V_2}{V_1} = \frac{j\omega L/R}{1 + j\omega L/R}$$

II)

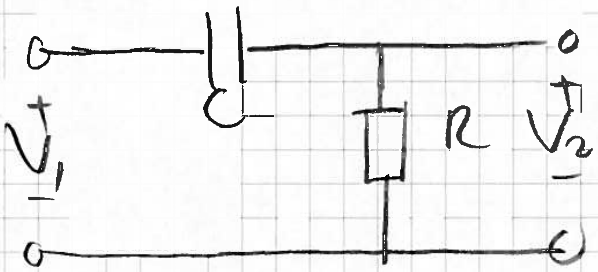



Spenningsdeling:

$$V_2 = V_1 \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = V_1 \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\Rightarrow H(\omega) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

III)




Spannungsteilung:

$$\underline{V}_2 = \underline{V}_1 \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \underline{V}_1 \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$\underline{H(\omega)} = \frac{V_2}{V_1} = \underline{\underline{\frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}}}$$

b)

I) $$\underline{\underline{|H(\omega)|}} = \left| \frac{j\omega L/R}{1+j\omega L/R} \right|$$

$$= \underline{\underline{\frac{\omega L/R}{\sqrt{1+\omega^2 (L/R)^2}}}}$$

$$\angle H(\omega) = \arctan \frac{Im\{H(\omega)\}}{Re\{H(\omega)\}}$$

$$H(\omega) = \frac{j\omega L/R}{1+j\omega L/R} \cdot \frac{(1-j\omega L/R)}{(1-j\omega L/R)}$$

$$= \frac{\omega L/R \, (\omega L/R + j)}{1+\omega^2 (L/R)^2}$$

$$\underline{\underline{\angle H(\omega)}} = \underline{\underline{\arctan \frac{1}{\omega L/R}}}$$

II)
$$\underline{\underline{|H(\omega)|}} = \left| \frac{1}{1+j\omega RC} \right|$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2(RC)^2}}}}$$

$$\angle H(\omega) = \arctan \frac{\operatorname{Im} H(\omega)}{\operatorname{Re} H(\omega)}$$

$$H(\omega) = \frac{1}{1+j\omega RC} \cdot \frac{(1-j\omega RC)}{(1+j\omega RC)}$$

$$= \frac{1-j\omega RC}{1+\omega^2(RC)^2}$$

$$\underline{\underline{\angle H(\omega)}} = \arctan \frac{-\omega RC}{1} = \underline{\underline{-\arctan \omega RC}}$$

III)

$$\underline{|H(\omega)|} = \left| \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \right|$$

$$= \underline{\frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}}$$

$$\angle H(\omega) = \arctan \frac{\operatorname{Im} H(\omega)}{\operatorname{Re} H(\omega)}$$

$$H(\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{(1 - j\omega RC)}{(1 - j\omega RC)}$$

$$= \frac{\omega RC(\omega RC + j)}{1 + \omega^2 (RC)^2}$$

$$\underline{\angle H(\omega)} = \underline{\arctan \frac{1}{\omega RC}}$$

8

C = 100 uF R = 1 kohm

$= \tau = RC = 1 \cdot 10^{2-9 \cdot 3} = 10^{-4} =$ . m .

$f_0 = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{1}{2\pi \cdot 0.1}$ kHz = $\underline{1 \text{ kHz}}$

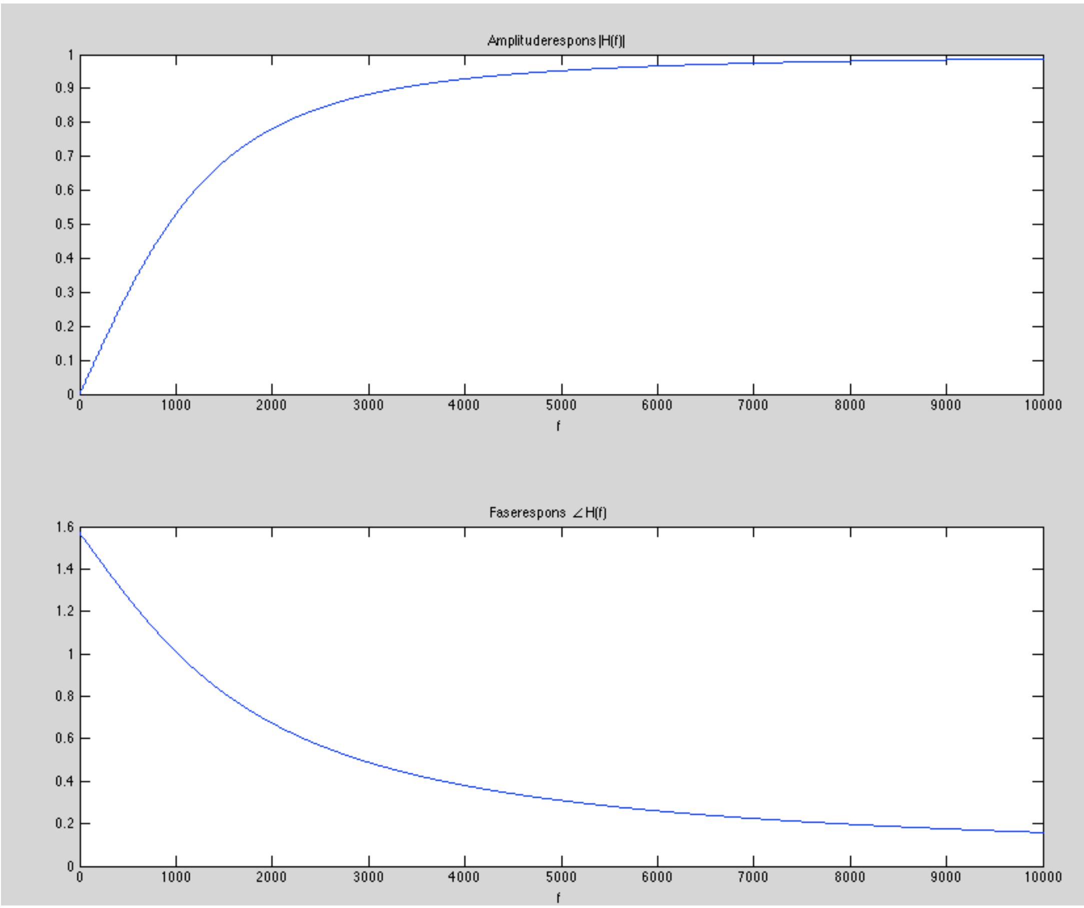
$$|H(f)| = \frac{f/f_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}}$$

$$\angle H(f) = \text{arctan} \frac{1}{f/f_0} = \text{arctan} \frac{f_0}{f}$$

Eksempel på matlabkode og plott på neste side.

```
f0 = 1.6e3;
f = 0.1:0.1:10000;
ph = atan( f0./f );
HH = (f/f0)./sqrt(1+(f/f0).^2);

subplot(2,1,1)
plot(f,HH)
title('Amplitudeerespons |H(f)|')
xlabel('f')
subplot(2,1,2)
plot(f,ph)
title('Faserespons \angle H(f)')
xlabel('f')
```



# Oppgave 4

## a)

Har amplituderesponsen til kretsen fra oppgave 2b:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

Vi skal regne ut R, og derfor løser vi denne likningen med hensyn på R. Dette gir:

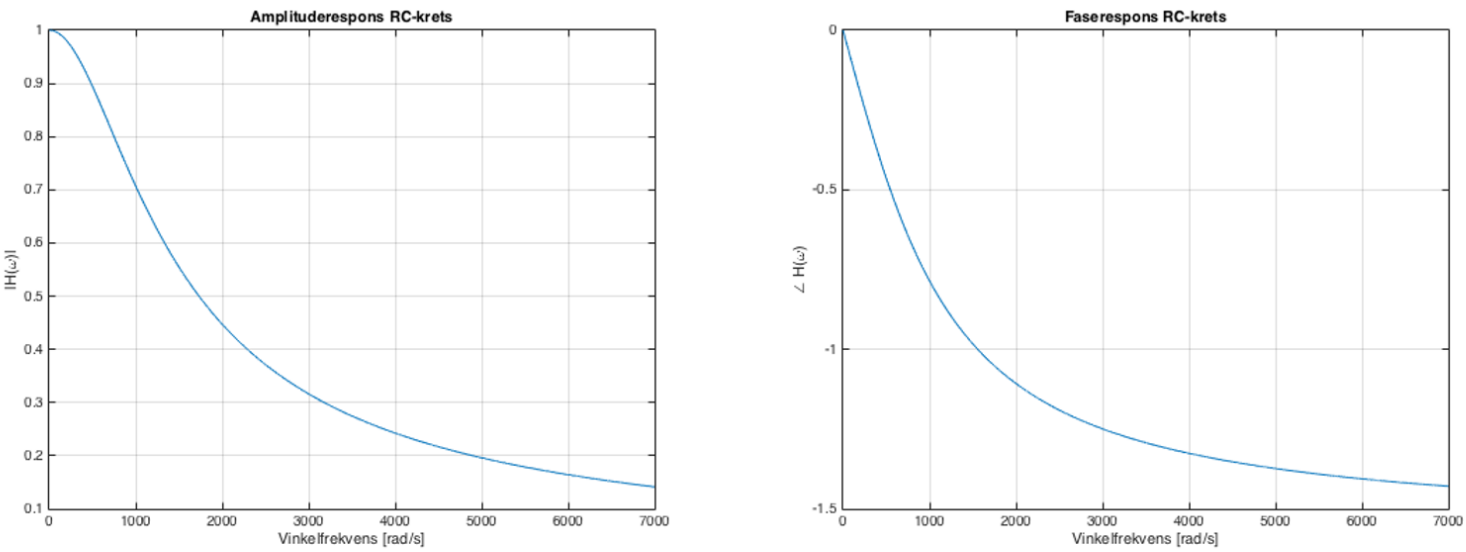
$$R = \frac{\sqrt{\frac{1}{|H(\omega)|^2} - 1}}{\omega C}$$

Bruker så $|H(\omega)| = 0.5$, $\omega = 2\pi \cdot 275$ Hz samt C = 100 nF i likningen, og får

$$\underline{R = 10024\Omega \approx 10k\Omega}$$

## b)

Amplitude- og faserespons er vist i Figur 1

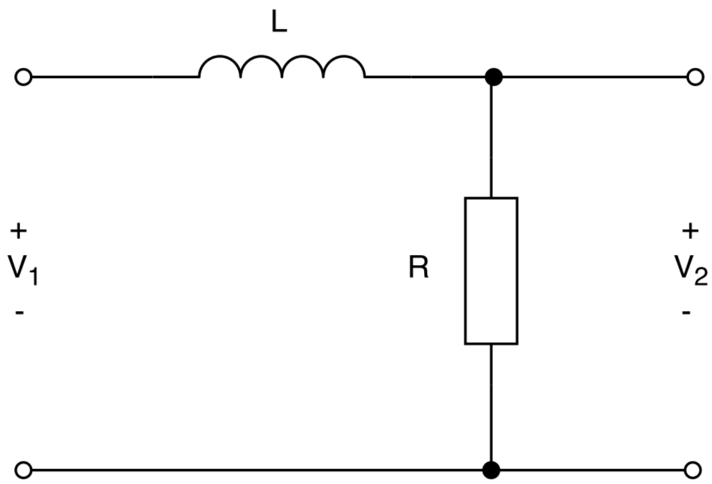



Figur 1: Amplitude- og faserespons for RC-kretsen

# Oppgave 5

## a)

Vi har to alternativer. Det ene er å ha spolen nederst og ta ut spenningen over den, eller å ha motstanden nederst og ta ut spenningen over den. Fra forrige deloppgave ved vi at kretsen er et lavpassfilter. Dette betyr at det er urimelig å ta ut spenningen over spolen fordi dens impedans, og da også spenningen over den øker med frekvens. Vi tar derfor ut spenningen over motstanden, og kretsen blir som i Figur 2.




Figur 2: RL-krets som fungerer som lavpassfilter.

Spenningsdeling i kretsen gir

$$V_2 = \frac{R}{R + j\omega L} \cdot V_1 \tag{1}$$

Ved å snu på dette finner vi frekvensresponsen som

$$H(\omega) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{R}{L}} \tag{2}$$

Ved å bruke tilsvarende metoder som i oppgave 2, finner vi amplituderesponsen som

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \frac{R}{L})^2}} \tag{3}$$

og faseresponsen som

$$\angle H(\omega) = -arctan(\omega \frac{L}{R}) \tag{4}$$

## b)

Fra amplitude- og faseresponsene til kretsene, ser vi at vi kan få dem til å oppføre seg likt ved å sette

$$R_C C = \frac{L}{R_L} \tag{5}$$

der R C er motstanden i RC-kretsen, og R L motstanden i RL-kretsen. Vi får altså

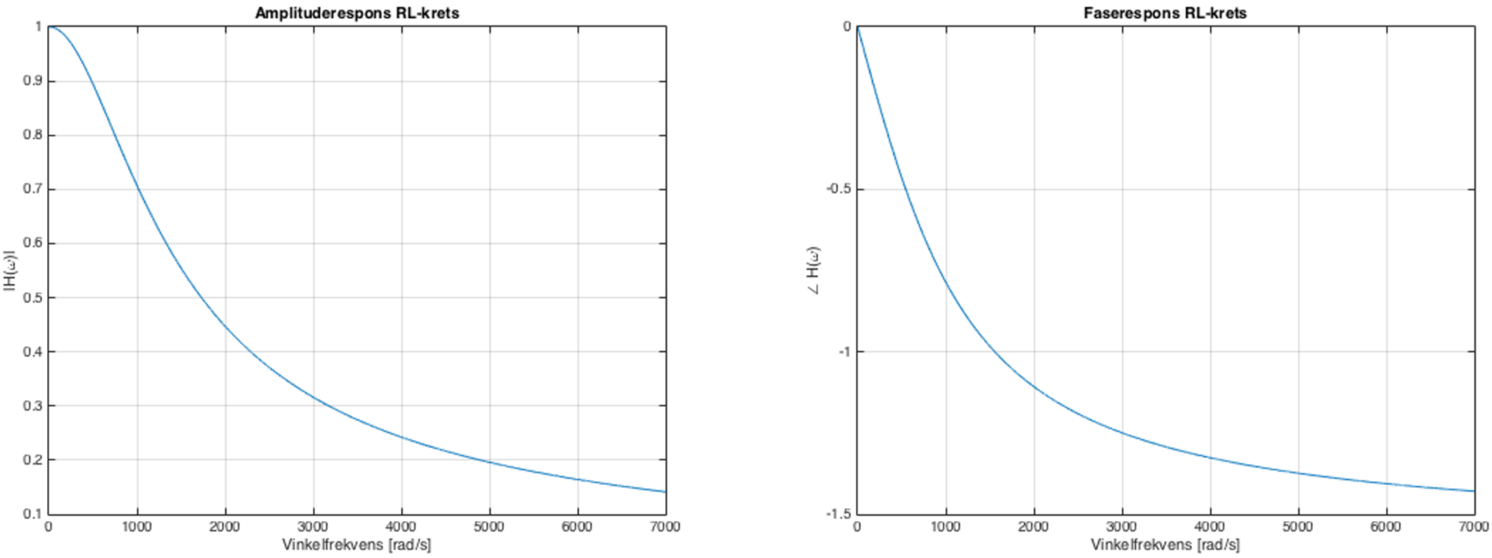
$$R_L = \frac{R_l}{R_c C} \tag{6}$$

og ved å sette inn tall får vi

$$R_L = 100\omega \tag{7}$$

## c)

Amplitude- og faseresponsen til RL-kretsen er vist i Figur 3. Som vi ser er dette likt som RC-responsen i Figur 1. Dette ble også sjekket ved å plotte begge responsene i samme plott.




Figur 3: Amplitude- og faserespons for RL-kretsen

## d)

Det er best å bruke RC-kretsen, siden en spole på 100 mH vil være fysisk svært stor, mens en kondensator på 100 nF vil ha en fornuftig størrelse.

# Oppgave 6

## Prinsipiell løsning 1)

+ grei oversikt over funksjonalitet og relevante likninger
+ beskriver hensikten med prosjektet
- mangler figur

## Prinsipiell løsning 2)

+ kretsskjema
- likningen for utgangspenningen er presentert uten forklaring
- beskriver ikke hvordan kretsen virker

## Prinsipiell løsning 3)

+ beskriver kretsen grundig
+ har både skjema og likninger
+ noterer i figuren hvilke inngangsignal er hva
- uttrykk for utgangspenningen kan gis uten å sette inn tallverdier

## Prinsipiell løsning 4)

+ har med figur
- tallfester ikke vektingen av signalene
- beskriver ikke hvorfor $i = i_1 + i_2$