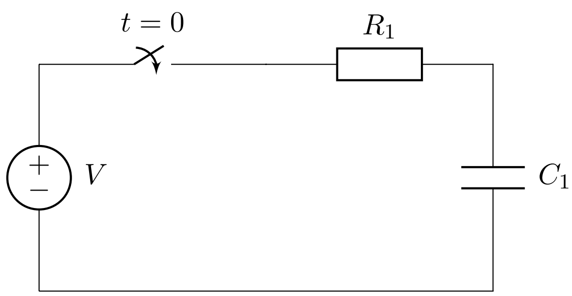
TTT4260 Øving 1

Øyvind Skaaden (oyvindps@ntnu.no)

31. januar 2019

Oppgave 1.

(a) Vi har krets 1 som vist under med verdiene $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $C_1 = 100\mu\text{F}$ og $V = 5\text{V}$.



Figur 1: Krets til oppgave 1

τ er gitt ved

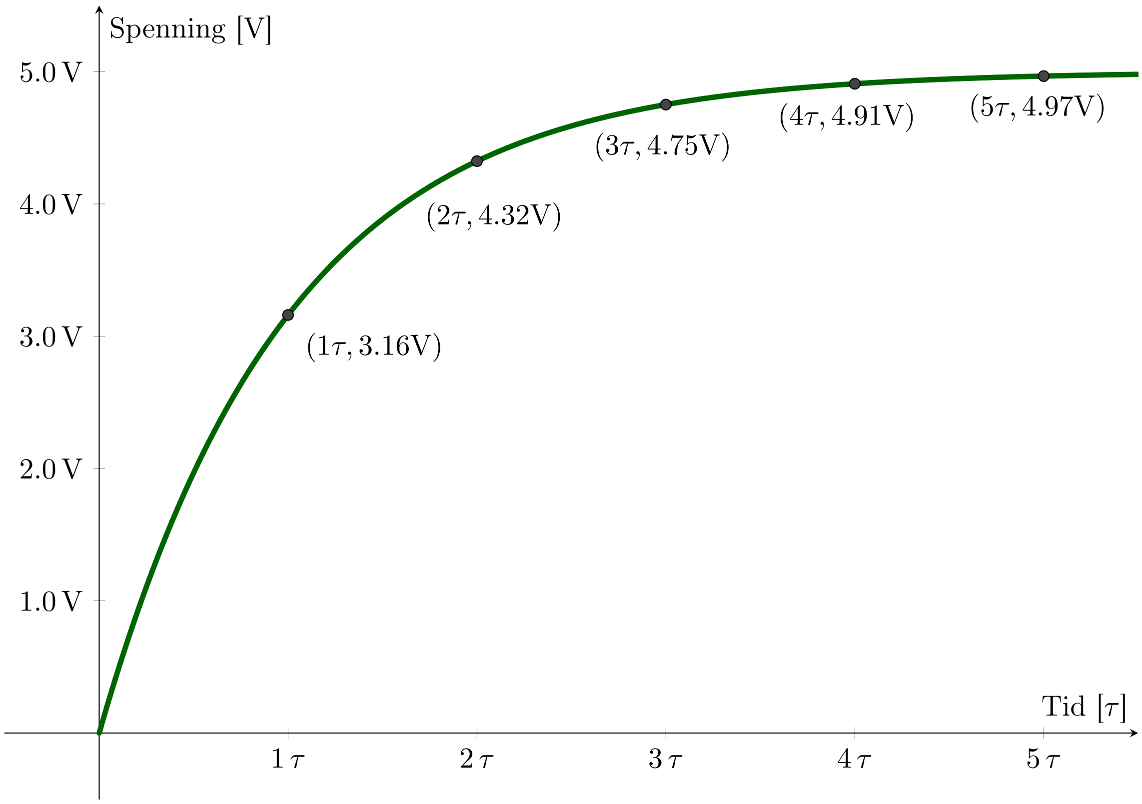
$$\tau = R \cdot C$$

Da er τ i denne kretsen er da

$$\tau = R_1 \cdot C_1 = 1\text{k}\Omega \cdot 100\mu\text{F} = 100\text{ms}$$

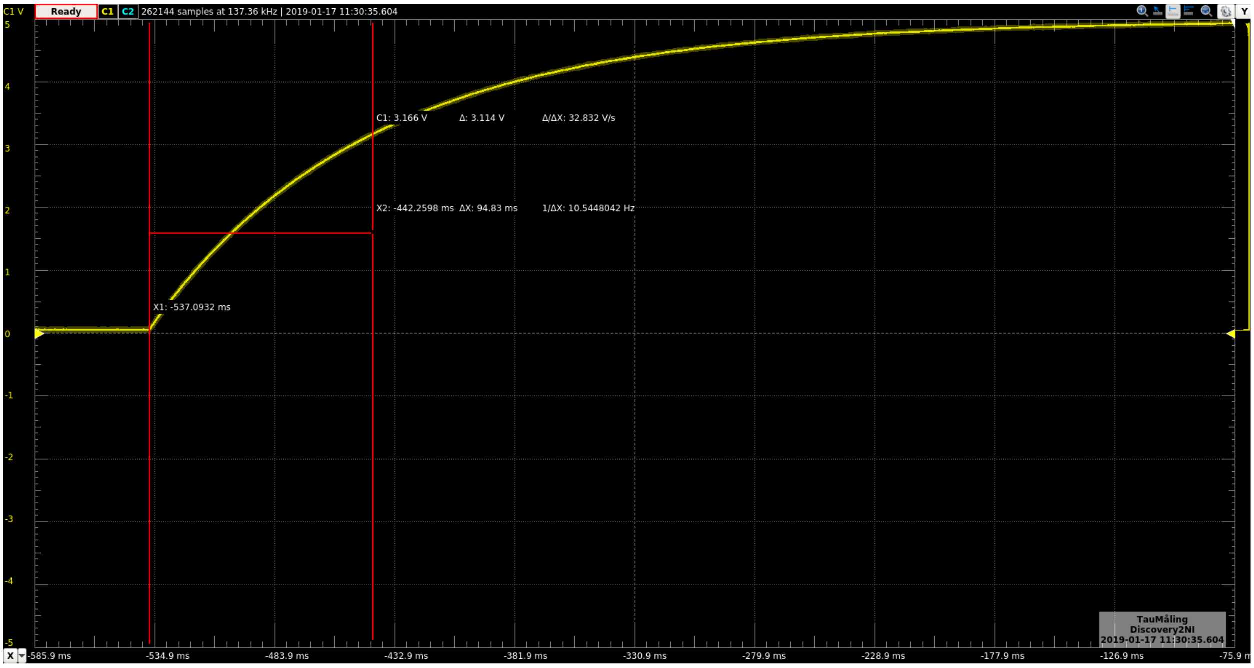
En funksjon for spenningen over kondensatoren er da

$$v_c(t) = 5\text{V} \cdot (1 - e^{\frac{-t}{100\text{ms}}})$$



Figur 2: Utvikling av spenning over kondensator v_c

(b) Etter å ha koblet opp kretsen ser vi at spenningen (se Figur 3) over kondensatoren når 63% eller 3.16V etter $\Delta x = 94.83$ms.

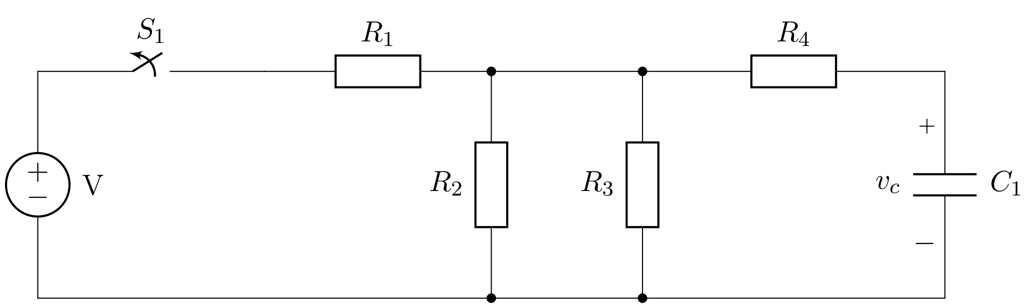


Figur 3: Spennigsutvikling av krets i oppgave 1, τ er lik Δx

(c) Når det skjer utladning av kondensatoren har ikke strømmen noe sted å gå, eneste er å gå gjennom kondensatoren litt og litt.

Oppgave 2.

For å løse kretsen i oppgave 2, vist i kretsen Figur 4 under.



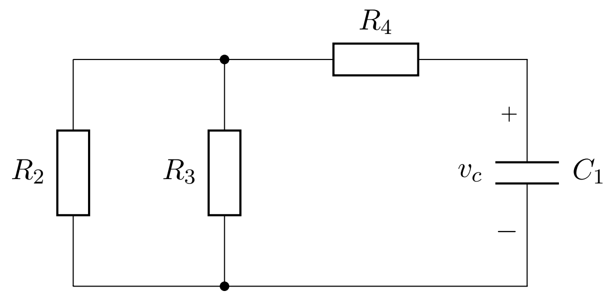
Figur 4: Krets i oppgave 2

Vi må finne spenningen som ligger over $R_2||R_3$ for å finne startspenningen på C_1.

Begynner med å finne

$$R_2||R_3 = \frac{470\Omega \cdot 220\Omega}{470\Omega + 220\Omega} = \frac{10340}{69}\Omega$$

$$v_{R_2||R_3} = \frac{V}{R_1 + R_2||R_3} \cdot (R_2||R_3) = \frac{5\text{V}}{200\Omega + \frac{10340}{69}\Omega} \cdot \frac{10340}{69}\Omega = \frac{2585}{1207}\text{V} \approx 2.14\text{V}$$



Figur 5: Foreklet krets i oppgave 2

Dette er da startspenningen på c_1.

Når bryteren brytes, vi vi få en forenklet krets, som vist i Figur 5

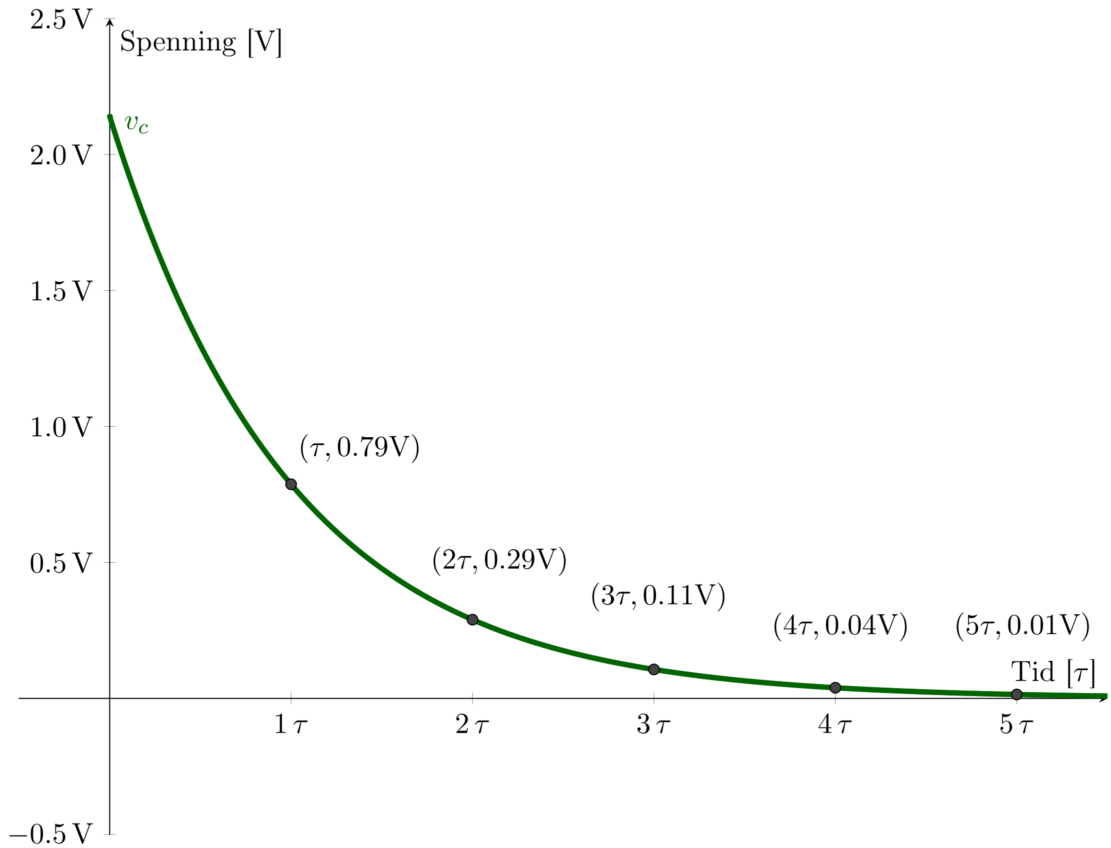
Vi kan da regne ut R i kretsen

$$R = R_4 + R_2||R_3 = 300\Omega + \frac{10340}{69}\Omega = \frac{31040}{69}\Omega \approx 449.9\Omega$$

τ er da gitt ved $\tau = R \cdot C_1 == 4.5\mu\text{s}$.

Funksjonen for spenningen over v_c:

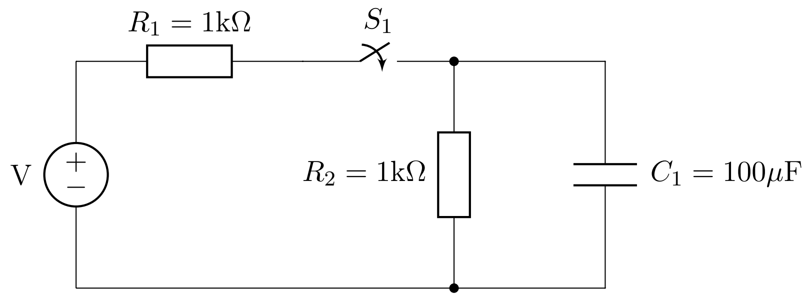
$$v_c(t) = 2.14e^{\frac{-t}{4.5\mu\text{s}}}$$



Figur 6: Graf for oppgave 2

Oppgave 3.

(a) Vi har kretsen som gitt i oppgave 3, men tegnet på en forenklet måte i Figur 7.



Figur 7: Forenklet krets til oppgave 3a

Vi skriver om til en Norton ekvivalent ved å regne ut $I_n = \frac{V}{R_1}$

$$I_n = \frac{1\text{V}}{1\text{k}\Omega} = 1\text{mA}$$

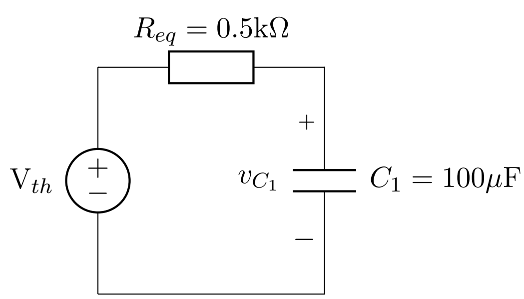
Vi har da to like motstander i parallell. Siden de er like er den totale motstanden lik halvparten av den ene. Så

$$R_{eq} = 0.5\text{k}\Omega$$

Vi regner deretter den nye kretsen tilbake til en thevenin-ekvivalent krets.

$$V_{th} = I_n \cdot R_{eq} = 1\text{mA} \cdot 0.5\text{k}\Omega = 0.5\text{V}$$

Vi har da den nye kretsen under i Figur 8

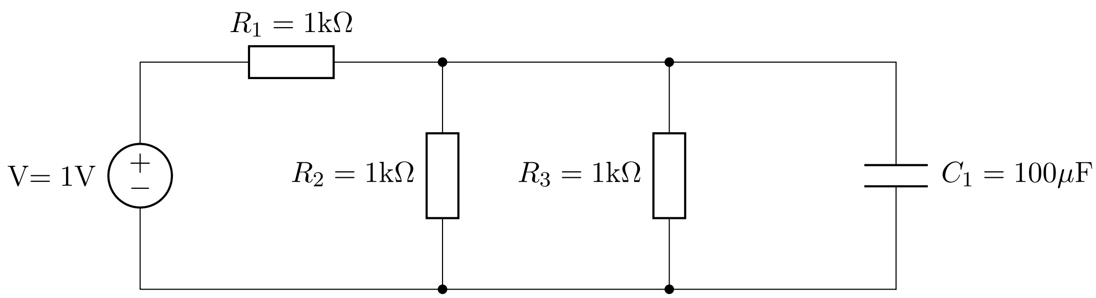


Figur 8: Thevenin-ekvivalent krets til oppgave 3a

Det er da veldig lett å lage en funksjon som besrkiver spenningen, v_{C_1}, over C_1.

$$v_{C_1}(t) = V_{th}\left(1 - e^{\frac{-t}{R_{eq}C_1}}\right)$$
$$v_{C_1}(t) = 0.5\text{V}\left(1 - e^{\frac{-t}{0.5\text{ms}}}\right)$$
$$v_{C_1}(t) = 0.5\text{V}\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$

(b) Etter 6τ har kondensatoren nådd "steady-state", da er spenningen $v_{C_1} = V_{th} = 0.5\text{V}$. Når bryteren S_2 lukkes får vi en veldig lik krets som i opgpave 3a. Se Figur 9

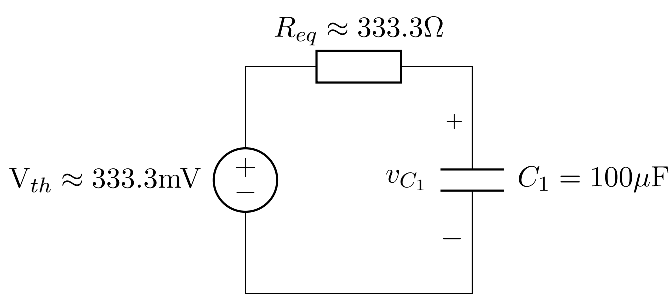


Figur 9: Forenklet krets til oppgave 3a

Vi gjør det samme som sist, gjør om til norton-ekvivalent, samler motstandene og går tilbake til en thevenin-ekvivalent.

Siden det her er tre like motstander i parallell er den totale motstanden lik 1/3 av en av motstandene. Vi får da $V_{th} = \frac{1}{3}\text{V} =\approx 333.3\text{mV}$ og $R_{eq} \approx 333.3\Omega$.

Kretsen ser da ut som Figur 10

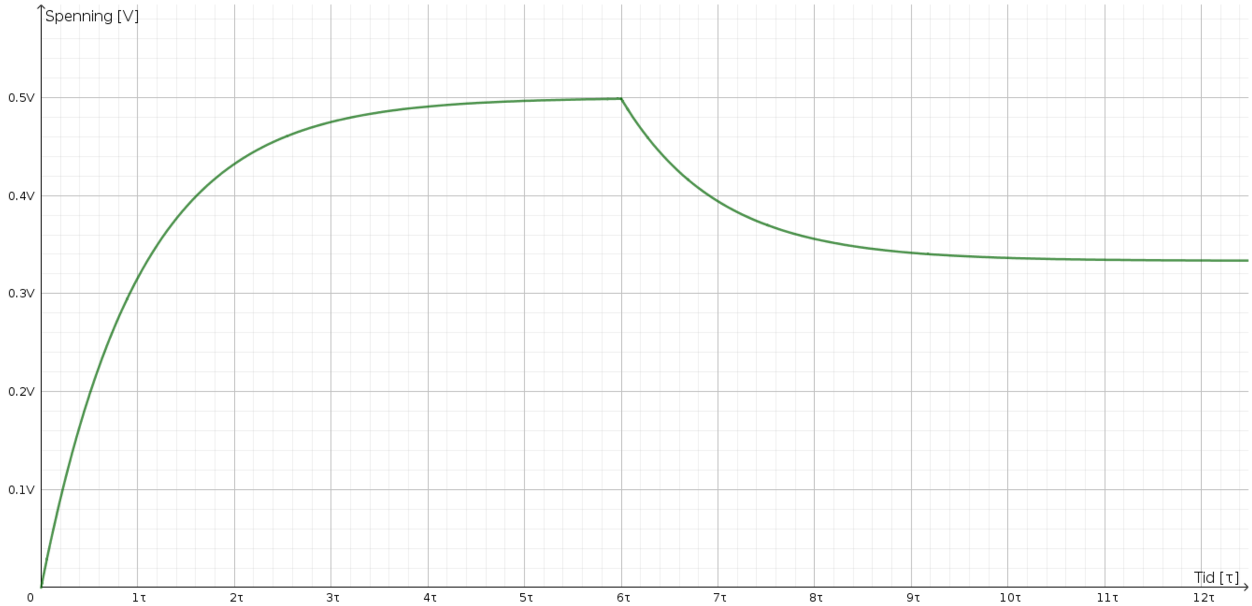


Figur 10: Thevenin-ekvivalent krets til oppgave 3a

Da er det enkelt å sette opp likningen for spenningen v_{C_1} Vi setter $\tau = 1$ for at det skal være lettere å lese grafene. Grafene ser helt like ut men tidsenheten blir da τ i steden for ms.

$$
\begin{aligned}
v_{C_1}(t) &= V_{th} + [v_{C_1}(t_0) - V_{th}]\, e^{-\frac{t-t_0}{R_{eq}C_1}} \\
&\downarrow \\
v_{C_1}(t) &= \frac{1}{3}\text{V} + \frac{1}{6}\text{V} \cdot e^{-\frac{t-6\tau}{\tau}}
\end{aligned}
$$

En skisse av spenningsutviklingen kan sees i Figur 11.



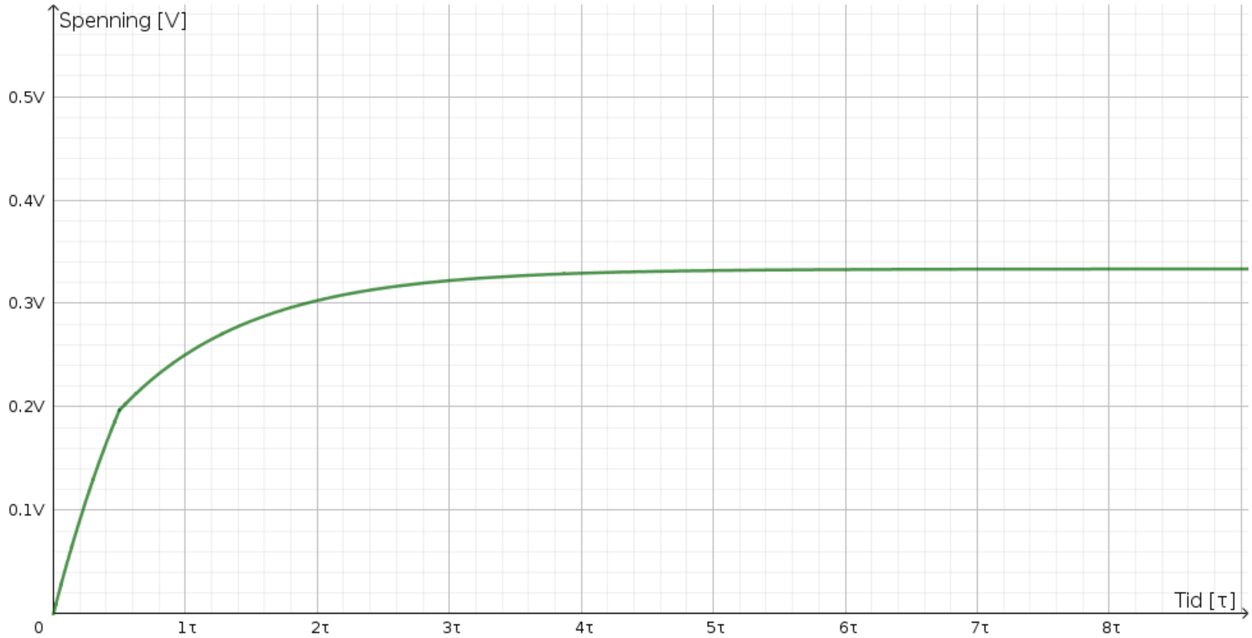
Figur 11: Spenningen V_{C_1} som graf, der S_2 lukkes etter 6τ

(c) For å lage en funksjon for kretsen når bryter S_2 lukkes når $t = 0.5\tau$, tar vi utgangspunkt i funksjonen fra oppgave 3b og spenningen $v_{C_1}(0.5\tau) \approx \frac{1}{5}\text{V}$.

Funksjonen for spenningen over C_1 fra $t = 0.5\tau$ blir da

$$
\begin{aligned}
v_{C_1}(t) &= V_{th} + \left[v_{C_1}(t_0) - V_{th}\right] e^{-\frac{t-t_0}{R_{eq}C_1}} \\
&\downarrow \\
v_{C_1}(t) &= \frac{1}{3}\text{V} + \left[\frac{1}{5}\text{V} - \frac{1}{3}\text{V}\right] e^{-\frac{t-0.5\tau}{\tau}} \\
v_{C_1}(t) &= \frac{1}{3}\text{V} - \frac{2}{15}\text{V} \cdot e^{-\frac{t-0.5\tau}{\tau}}
\end{aligned}
$$

En skisse av spenningsutviklingen kan sees i Figur 12.



Figur 12: Spenningen V_{C_1} som graf, der S_2 lukkes etter 0.5τ

Oppgave 4.

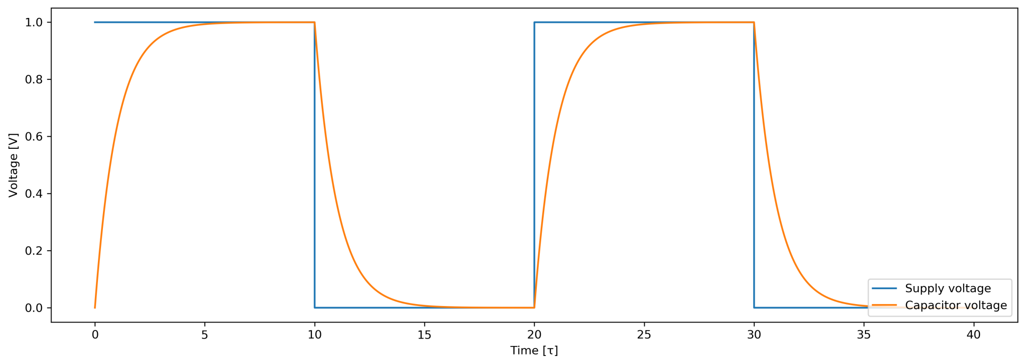
(a) Tidskonstanten τ er gitt ved

$$\tau = R \cdot C$$

I denne kretsen vil τ bli følgende.

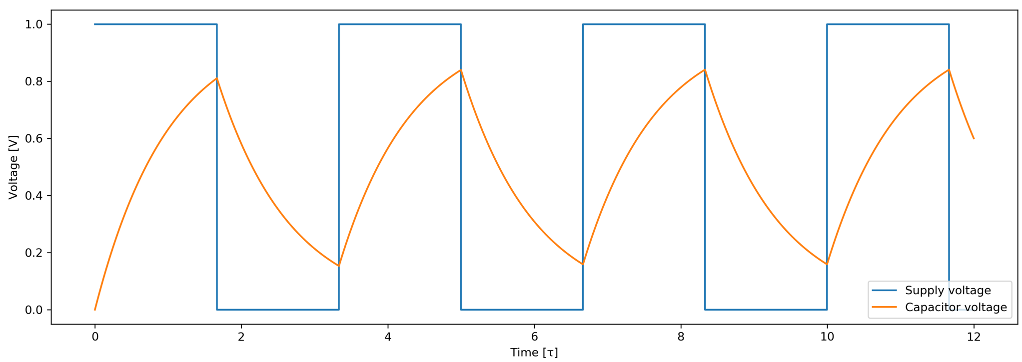
$$\tau = 1\text{k}\Omega \cdot 1\text{nF} = 1\mu\text{s}$$

(b) Graf ved $f = 5\text{kHz}$



Figur 13: Graf for kretsen i oppgave 4, ved $f = 5\text{kHz}$

(c) Graf ved $f = 30\text{kHz}$



Figur 14: Graf for kretsen i oppgave 4, ved $f = 30\text{kHz}$

(d) Etter oppkobling av kretsen ser vi at kondensatoren oppfører seg veldig likt som regnet ut i oppgave 4b. 4c (30kHz) er litt mer ulik da kondensatoren lades og utlades litt raskere enn beregnet. Den når litt høyere og litt lavere spenninger enn beregnet.

(e) Vi ser fra Figur 13 at firkantpulsen er 1V i $10\tau = 10 \cdot 10\mu\text{s} = 100\mu\text{s}$.

Vi ønsker da at likningen $v_{C_1}(100\mu\text{s}) = 0.8\text{V}$. Vi setter kondensatorverdien konstant og regner ut motstanden R i kretsen.

$$\begin{aligned} v_{C_1}(t) &= V_1 + [v_{C_1}(t_0) - V_1]\, e^{-\frac{t-t_0}{R \cdot C_1}} \\ 0.8\text{V} &= 1\text{V} \cdot \left(1 - e^{-\frac{100\mu\text{s}}{R \cdot 10\text{nF}}}\right) \\ R &= \frac{10000}{\ln 5} \\ R &\approx 6213\Omega \end{aligned}$$

Tester dette og ser at den lader seg litt for mye opp.

Etter å har justert til 6300Ω ser det ut som at spenningen når ca 0.8V på firkantpulsen.